

## खंड 1 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में चार (04) प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से केवल एक विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।  
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.1 माना कि  $f(x)$ , अंतराल (interval)  $(0, \infty)$  में सांतत्य रूप से अवकलनीय (continuously differentiable) एक इस प्रकार का फलन (function) है कि  $f(1) = 2$ , तथा प्रत्येक  $x > 0$  के लिए

$$\lim_{t \rightarrow x} \frac{t^{10} f(x) - x^{10} f(t)}{t^9 - x^9} = 1$$

है। तब सभी  $x > 0$  के लिए,  $f(x)$  बराबर है

(A)  $\frac{31}{11x} - \frac{9}{11} x^{10}$

(B)  $\frac{9}{11x} + \frac{13}{11} x^{10}$

(C)  $\frac{-9}{11x} + \frac{31}{11} x^{10}$

(D)  $\frac{13}{11x} + \frac{9}{11} x^{10}$

Q.2 एक छात्र, एक परीक्षा (quiz), जिसमें सभी प्रश्न केवल सत्य-असत्य (true-false) प्रकार के हैं, में बैठा है और सभी प्रश्नों के उत्तर देता है। छात्र कुछ प्रश्नों के उत्तर जानता है और शेष प्रश्नों के उत्तरों का अनुमान (guess) लगाता है। जब भी छात्र किसी प्रश्न का उत्तर जानता है, वह उसका सही उत्तर देता है। मान लीजिये कि छात्र द्वारा किसी प्रश्न के सही उत्तर देने की प्रायिकता (probability), जब यह ज्ञात है कि छात्र ने उत्तर का अनुमान लगाया है,  $\frac{1}{2}$  है। यह भी मान

लीजिये कि किसी प्रश्न के उत्तर का अनुमान लगाये जाने की प्रायिकता, जब यह ज्ञात है कि छात्र का उत्तर सही है,  $\frac{1}{6}$  है।

तब छात्र के किसी यादृच्छया चुने गए (randomly chosen) प्रश्न का उत्तर जानने की प्रायिकता है

(A)  $\frac{1}{12}$

(B)  $\frac{1}{7}$

(C)  $\frac{5}{7}$

(D)  $\frac{5}{12}$

Q.3 माना कि  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  इस प्रकार है कि  $\cot x = \frac{-5}{\sqrt{11}}$  है। तब

$$\left(\sin \frac{11x}{2}\right)(\sin 6x - \cos 6x) + \left(\cos \frac{11x}{2}\right)(\sin 6x + \cos 6x)$$

बराबर है

(A)  $\frac{\sqrt{11}-1}{2\sqrt{3}}$

(B)  $\frac{\sqrt{11}+1}{2\sqrt{3}}$

(C)  $\frac{\sqrt{11}+1}{3\sqrt{2}}$

(D)  $\frac{\sqrt{11}-1}{3\sqrt{2}}$

Q.4 दीर्घवृत्त (ellipse)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  पर विचार कीजिये। माना कि  $S(p, q)$  प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में एक इस प्रकार का बिंदु है कि  $\frac{p^2}{9} + \frac{q^2}{4} > 1$  है। बिंदु  $S$  से दीर्घवृत्त के लिए दो स्पर्श रेखाएं (tangents) खींची गयी हैं, जिनमें से एक रेखा, दीर्घवृत्त पर लघु अक्ष (minor axis) के एक अंत्य बिंदु (end point) पर मिलती है तथा दूसरी रेखा चौथे चतुर्थांश (fourth quadrant) में दीर्घवृत्त के एक बिंदु  $T$  पर मिलती है। माना कि  $R$  दीर्घवृत्त का वह शीर्ष (vertex) है जिसका  $x$ -निर्देशांक ( $x$ -coordinate) धनात्मक (positive) है, और दीर्घवृत्त का केंद्र  $O$  है। यदि त्रिभुज  $\Delta ORT$  का क्षेत्रफल  $\frac{3}{2}$  है, तब निम्नलिखित विकल्पों में से कौन सा सही है?

(A)  $q = 2, p = 3\sqrt{3}$

(B)  $q = 2, p = 4\sqrt{3}$

(C)  $q = 1, p = 5\sqrt{3}$

(D)  $q = 1, p = 6\sqrt{3}$

### खंड 2 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में तीन (03) प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है (हैं) |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  - पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |
  - आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है |
  - आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं |
  - आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है |
  - शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |
  - ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में |
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
  - केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  - केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
  - कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
  - अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -2 अंक मिलेंगे |

Q.5 माना कि  $S = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Z}\}$ ,  $T_1 = \{(-1 + \sqrt{2})^n : n \in \mathbb{N}\}$ , और  $T_2 = \{(1 + \sqrt{2})^n : n \in \mathbb{N}\}$  हैं। तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं)?

(A)  $\mathbb{Z} \cup T_1 \cup T_2 \subset S$

(B)  $T_1 \cap \left(0, \frac{1}{2024}\right) = \emptyset$ , जहां  $\emptyset$  रिक्त समुच्चय (empty set) को दर्शाता है |

(C)  $T_2 \cap (2024, \infty) \neq \emptyset$

(D) किन्हीं दिये गए  $a, b \in \mathbb{Z}$  के लिए,  $\cos(\pi(a + b\sqrt{2})) + i \sin(\pi(a + b\sqrt{2})) \in \mathbb{Z}$  यदि और केवल यदि (if and only if)  $b = 0$ , जहां  $i = \sqrt{-1}$  है |

Q.6 माना कि  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  को दर्शाता है। माना कि

$S = \{(a, b, c) : a, b, c \in \mathbb{R}, \text{ और सभी } (x, y) \in \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\} \text{ के लिए, } ax^2 + 2bxy + cy^2 > 0\}$  है। तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं)?

(A)  $\left(2, \frac{7}{2}, 6\right) \in S$

(B) यदि  $\left(3, b, \frac{1}{12}\right) \in S$ , तब  $|2b| < 1$  है।

(C) किसी दिये गए  $(a, b, c) \in S$  के लिए, रेखिक समीकरणों के निकाय (system of linear equations)

$$ax + by = 1$$

$$bx + cy = -1$$

का एक अद्वितीय हल (unique solution) है।

(D) किसी दिये गए  $(a, b, c) \in S$  के लिए, रेखिक समीकरणों के निकाय

$$(a+1)x + by = 0$$

$$bx + (c+1)y = 0$$

का एक अद्वितीय हल है।

Q.7 माना कि  $\mathbb{R}^3$ , त्रि-विमीय अंतरिक्ष (three-dimensional space) को दर्शाता है। दो बिंदु  $P = (1, 2, 3)$  और  $Q = (4, 2, 7)$  लीजिये। माना कि  $dist(X, Y)$ ,  $\mathbb{R}^3$  के दो बिन्दुओं (points)  $X$  और  $Y$  के बीच की दूरी को दर्शाता है। माना कि

$$S = \{X \in \mathbb{R}^3 : (dist(X, P))^2 - (dist(X, Q))^2 = 50\} \text{ और}$$

$$T = \{Y \in \mathbb{R}^3 : (dist(Y, Q))^2 - (dist(Y, P))^2 = 50\}$$

हैं। तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं)?

(A) एक ऐसा त्रिभुज (triangle) है जिसका क्षेत्रफल 1 है और जिसके सारे शीर्ष (vertices)  $S$  से हैं।

(B)  $T$  में दो ऐसे भिन्न (distinct) बिंदु  $L$  और  $M$  हैं कि रेखाखंड (line segment)  $LM$  में स्थित प्रत्येक बिंदु भी  $T$  में है।

(C) परिमाप (perimeter) 48 के ऐसे अनंत (infinitely many) आयत (rectangles) हैं जिनके दो शीर्ष (vertices)  $S$  से हैं तथा अन्य दो शीर्ष  $T$  से हैं।

(D) परिमाप 48 का एक ऐसा वर्ग (square) है जिसके दो शीर्ष  $S$  से हैं तथा अन्य दो शीर्ष  $T$  से हैं।

### खंड 3 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **गैर-ऋणात्मक पूर्णांक (NON-NEGATIVE INTEGER)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर को दर्शाने वाले सही पूर्णांक को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :  
 पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही पूर्णांक (integer) ही प्रविष्ट किया गया है |  
 शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.8 माना कि  $a = 3\sqrt{2}$  और  $b = \frac{1}{5^{1/6}\sqrt{6}}$  हैं | यदि  $x, y \in \mathbb{R}$  इस प्रकार हैं कि

$$3x + 2y = \log_a (18)^{\frac{5}{4}} \quad \text{और}$$

$$2x - y = \log_b (\sqrt{1080}),$$

तब  $4x + 5y$  बराबर \_\_\_\_\_ है |

Q.9 माना कि  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + c$  वास्तविक गुणांकों (real coefficients) वाला एक ऐसा बहुपद (polynomial) है कि  $f(1) = -9$  है | मान लीजिये कि  $i\sqrt{3}$ , समीकरण  $4x^3 + 3ax^2 + 2bx = 0$  का एक मूल है, जहां  $i = \sqrt{-1}$  है | यदि  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , और  $\alpha_4$ , समीकरण  $f(x) = 0$  के सभी मूल हैं, तब  $|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + |\alpha_3|^2 + |\alpha_4|^2$  का मान \_\_\_\_\_ है |

Q.10 माना कि

$$S = \left\{ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & c \\ 1 & a & d \\ 1 & b & e \end{pmatrix} : a, b, c, d, e \in \{0, 1\} \text{ और } |A| \in \{-1, 1\} \right\},$$

जहां  $|A|$  आव्यूह (matrix)  $A$  के सारणिक (determinant) को दर्शाता है | तब  $S$  में अवयवों (elements) की संख्या \_\_\_\_\_ है |

- Q.11 9 छात्रों,  $s_1, s_2, \dots, s_9$ , के एक समूह को तीन टोलियाँ (teams)  $X, Y$ , तथा  $Z$ , जिनके सदस्यों की संख्या क्रमशः 2, 3, तथा 4 हैं, बनाने के लिए विभाजित किया जाना है। मान लीजिये कि  $s_1$  को टोली  $X$  के लिए नहीं चुना जा सकता है तथा  $s_2$  को टोली  $Y$  के लिए नहीं चुना जा सकता है। तब इस प्रकार की टोलियों को बनाने के तरीकों की संख्या \_\_\_\_\_ है।
- Q.12 माना कि  $\overrightarrow{OP} = \frac{\alpha-1}{\alpha} \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\overrightarrow{OQ} = \hat{i} + \frac{\beta-1}{\beta} \hat{j} + \hat{k}$  और  $\overrightarrow{OR} = \hat{i} + \hat{j} + \frac{1}{2} \hat{k}$  तीन सदिश (vectors) हैं, जहां  $\alpha, \beta \in \mathbb{R} - \{0\}$  और  $O$  मूल बिंदु को दर्शाता है। यदि  $(\overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{OQ}) \cdot \overrightarrow{OR} = 0$ , और बिंदु  $(\alpha, \beta, 2)$  तल (plane)  $3x + 3y - z + l = 0$  पर स्थित है, तब  $l$  का मान \_\_\_\_\_ है।
- Q.13 माना कि  $X$  एक यादृच्छिक चर (random variable) है, और माना कि  $P(X = x)$ ,  $X$  के मान  $x$  लेने की प्रायिकता (probability) को दर्शाता है। माना कि बिंदु (points)  $(x, P(X = x))$ ,  $x = 0, 1, 2, 3, 4$ ,  $xy$ -तल में एक नियत सरल रेखा (fixed straight line) पर स्थित हैं, और सभी  $x \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2, 3, 4\}$  के लिए  $P(X = x) = 0$  है। यदि  $X$  का माध्य (mean)  $\frac{5}{2}$  है, और  $X$  का प्रसरण (variance)  $\alpha$  है, तब  $24\alpha$  का मान \_\_\_\_\_ है।

**खंड 4 (अधिकतम अंक: 12)**

- इस खंड में **चार (04)** सूची-सुमेलन (Matching List) सेट्स (sets) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन (set) में **एक (01)** एकाधिक विकल्प प्रश्न (Multiple Choice Question) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **दो** सूचियाँ हैं: **सूची-I** और **सूची-II**।
- **सूची-I** में **चार (04)** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R) और (S) हैं एवं सूची-II में **पाँच (05)** प्रविष्टियाँ (1), (2), (3), (4) और (5) हैं।
- प्रत्येक एकाधिक विकल्प प्रश्न में **सूची-I** और **सूची-II** पर आधारित चार विकल्प दिए गए हैं और इन विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही एकाधिक विकल्प प्रश्न की शर्त पूरा करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ़ सही विकल्प को ही चुना गया है।  
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- Q.14 माना कि  $\alpha$  और  $\beta$  समीकरण  $x^2 + x - 1 = 0$  के भिन्न मूल (roots) हैं | समुच्चय  $T = \{1, \alpha, \beta\}$  पर विचार कीजिये | एक  $3 \times 3$  आव्यूह (matrix)  $M = (a_{ij})_{3 \times 3}$  के लिए,  $R_i = a_{i1} + a_{i2} + a_{i3}$  और  $C_j = a_{1j} + a_{2j} + a_{3j}$  परिभाषित कीजिये, जहां  $i = 1, 2, 3$  और  $j = 1, 2, 3$  है |

**सूची-I** की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये |

- | <b>सूची-I</b>  | <b>सूची-II</b>      |
|--|---------------------|
| (P) आव्यूहों (matrices) $M = (a_{ij})_{3 \times 3}$ , जिनकी सभी प्रविष्टियाँ (entries) $T$ से हैं, और जिनमें सभी $i, j$ के लिए $R_i = C_j = 0$ है, की संख्या है  | (1) 1               |
| (Q) सममित आव्यूहों (symmetric matrices) $M = (a_{ij})_{3 \times 3}$ , जिनकी सभी प्रविष्टियाँ $T$ से हैं, और जिनमें सभी $j$ के लिए $C_j = 0$ है, की संख्या है   | (2) 12              |
| (R) माना कि $M = (a_{ij})_{3 \times 3}$ एक ऐसा विषम सममित आव्यूह (skew symmetric matrix) है कि, $i > j$ के लिए $a_{ij} \in T$ है   तब समुच्चय $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x, y, z \in \mathbb{R}, M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{12} \\ 0 \\ -a_{23} \end{pmatrix} \right\}$ में अवयवों (elements) की संख्या है | (3) अनंत (infinite) |
| (S) माना कि $M = (a_{ij})_{3 \times 3}$ एक ऐसा आव्यूह है कि जिसकी सभी प्रविष्टियाँ $T$ से हैं, और जिसमें सभी $i$ के लिए $R_i = 0$ है   तब $M$ के सारणिक (determinant) का निरपेक्ष (absolute) मान है  | (4) 6               |
|  | (5) 0               |

सही विकल्प है:

- (A) (P)  $\rightarrow$  (4) (Q)  $\rightarrow$  (2) (R)  $\rightarrow$  (5) (S)  $\rightarrow$  (1)  
 (B) (P)  $\rightarrow$  (2) (Q)  $\rightarrow$  (4) (R)  $\rightarrow$  (1) (S)  $\rightarrow$  (5)  
 (C) (P)  $\rightarrow$  (2) (Q)  $\rightarrow$  (4) (R)  $\rightarrow$  (3) (S)  $\rightarrow$  (5)  
 (D) (P)  $\rightarrow$  (1) (Q)  $\rightarrow$  (5) (R)  $\rightarrow$  (3) (S)  $\rightarrow$  (4)



- Q.15 माना कि सरल रेखा (straight line)  $y = 2x$ , एक वृत्त (circle) जिसका केंद्र (center)  $(0, \alpha)$ ,  $\alpha > 0$ , है और जिसकी त्रिज्या (radius)  $r$  है, को एक बिंदु  $A_1$  पर स्पर्श करती है। माना कि  $B_1$  वृत्त पर वह बिंदु है कि रेखाखंड (line segment)  $A_1B_1$  वृत्त का एक व्यास (diameter) है। माना कि  $\alpha + r = 5 + \sqrt{5}$  है।

सूची-I की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का सूची-II की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये।

**सूची-I**

- (P)  $\alpha$  बराबर  
 (Q)  $r$  बराबर  
 (R)  $A_1$  बराबर  
 (S)  $B_1$  बराबर

**सूची-II**

- (1)  $(-2, 4)$   
 (2)  $\sqrt{5}$   
 (3)  $(-2, 6)$   
 (4) 5  
 (5)  $(2, 4)$

सही विकल्प है:

- (A) (P)  $\rightarrow$  (4) (Q)  $\rightarrow$  (2) (R)  $\rightarrow$  (1) (S)  $\rightarrow$  (3)  
 (B) (P)  $\rightarrow$  (2) (Q)  $\rightarrow$  (4) (R)  $\rightarrow$  (1) (S)  $\rightarrow$  (3)  
 (C) (P)  $\rightarrow$  (4) (Q)  $\rightarrow$  (2) (R)  $\rightarrow$  (5) (S)  $\rightarrow$  (3)  
 (D) (P)  $\rightarrow$  (2) (Q)  $\rightarrow$  (4) (R)  $\rightarrow$  (3) (S)  $\rightarrow$  (5)

Q.16 माना कि  $\gamma \in \mathbb{R}$  इस प्रकार है कि रेखाएं  $L_1 : \frac{x+11}{1} = \frac{y+21}{2} = \frac{z+29}{3}$  और

$L_2 : \frac{x+16}{3} = \frac{y+11}{2} = \frac{z+4}{\gamma}$  प्रतिच्छेदित (intersect) करती हैं। माना कि  $L_1$  और  $L_2$  का प्रतिच्छेदन बिंदु

(point of intersection)  $R_1$  है। माना कि  $O = (0, 0, 0)$  है, और  $\hat{n}$ , उस तल (plane) जिसमें  $L_1$  और  $L_2$  दोनों स्थित हैं, के एक मात्रक अभिलंब सदिश (unit normal vector) को दर्शाता है।

**सूची-I** की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये।

**सूची-I**

(P)  $\gamma$  बराबर

(Q)  $\hat{n}$  का एक संभावित विकल्प (choice) है

(R)  $\overrightarrow{OR_1}$  बराबर

(S)  $\overrightarrow{OR_1} \cdot \hat{n}$  का एक संभावित मान है

**सूची-II**

(1)  $-\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

(2)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(3) 1

(4)  $\frac{1}{\sqrt{6}}\hat{i} - \frac{2}{\sqrt{6}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{k}$

(5)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

सही विकल्प है:

- |                           |                       |                       |                       |
|---------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| (A) (P) $\rightarrow$ (3) | (Q) $\rightarrow$ (4) | (R) $\rightarrow$ (1) | (S) $\rightarrow$ (2) |
| (B) (P) $\rightarrow$ (5) | (Q) $\rightarrow$ (4) | (R) $\rightarrow$ (1) | (S) $\rightarrow$ (2) |
| (C) (P) $\rightarrow$ (3) | (Q) $\rightarrow$ (4) | (R) $\rightarrow$ (1) | (S) $\rightarrow$ (5) |
| (D) (P) $\rightarrow$ (3) | (Q) $\rightarrow$ (1) | (R) $\rightarrow$ (4) | (S) $\rightarrow$ (5) |

Q.17 माना कि फलन (functions)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  और  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x|x| \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} \quad \text{और} \quad g(x) = \begin{cases} 1 - 2x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{अन्यथा (otherwise)}, \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित हैं। माना कि  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  हैं। फलन (function)  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  को

$$h(x) = af(x) + b\left(g(x) + g\left(\frac{1}{2} - x\right)\right) + c(x - g(x)) + dg(x), \quad x \in \mathbb{R},$$

द्वारा परिभाषित कीजिये।

**सूची-I** की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये।

### सूची-I

- (P) यदि  $a = 0, b = 1, c = 0$ , और  $d = 0$  है, तब  
 (Q) यदि  $a = 1, b = 0, c = 0$ , और  $d = 0$  है, तब  
 (R) यदि  $a = 0, b = 0, c = 1$ , और  $d = 0$  है, तब  
 (S) यदि  $a = 0, b = 0, c = 0$ , और  $d = 1$  है, तब

### सूची-II

- (1)  $h$  एकैकी (one-one) है।  
 (2)  $h$  आच्छादी (onto) है।  
 (3)  $h$ ,  $\mathbb{R}$  पर अवकलनीय (differentiable) है।  
 (4)  $h$  का परिसर (range)  $[0, 1]$  है।  
 (5)  $h$  का परिसर (range)  $\{0, 1\}$  है।

सही विकल्प है:

- (A) (P)  $\rightarrow$  (4)    (Q)  $\rightarrow$  (3)    (R)  $\rightarrow$  (1)    (S)  $\rightarrow$  (2)  
 (B) (P)  $\rightarrow$  (5)    (Q)  $\rightarrow$  (2)    (R)  $\rightarrow$  (4)    (S)  $\rightarrow$  (3)  
 (C) (P)  $\rightarrow$  (5)    (Q)  $\rightarrow$  (3)    (R)  $\rightarrow$  (2)    (S)  $\rightarrow$  (4)  
 (D) (P)  $\rightarrow$  (4)    (Q)  $\rightarrow$  (2)    (R)  $\rightarrow$  (1)    (S)  $\rightarrow$  (3)

**END OF THE QUESTION PAPER**